**תרגיל בית 4**

**מגיש: אור דינר**

**ת.ז: 207035809**

שאלה 1

הראו דח"ה עבור השפה .

נתבונן בדח"ה עם החוקים הבאים:

רעיון: נכניס את המילה בעלת האורך המינימלי שמתקבלת בשפה L, ולאחריה עבור כל b שמכניסים נכניס או 2 או 3 או 4 a. אופן ההכנסה שתואר מאפשר לכל מילה שמתקבלת על ידי הדח"ה להיות מהצורה של מילים מהשפה L.

שאלה 2

יהיו מכונת טיורינג ו- אוטומט מחסנית כפול.

סעיף א

תהי שפה שפת הא"מ הכפולה, נראה שאפשר לייצגה בעזרת מכונת טיורינג. נזכיר כי מכונת טיורינג היא סרט עם ראש קורא שתומך בתזוזה ימינה/שמאלה קריאה וכתיבה. נזכיר גם כי כל א"מ מקבל מילה אם מסלול החישוב נגמר במצב מקבל וגם המחסנית ריקה, לכן ב- נגדיר שהמחסניות צריכות להיות ריקות כדי שהמילה תתקבל. נוכיח באמצעות בניה:

נגדיר:

*נניח בה"כ ששפת 2 המחסניות זהה.*

סעיף ב

שאלה 3

סעיף א

לפי הגדרת אנחנו יכולים לומר שהמשלים שלה הוא השפה , כלומר, ב- יהיו מכונות הטיורינג שמקבלות **או** נכנסות ללולאה אינסופית עבור ה- שלהן, והשפה מהווה רק חלק מהגדרה – בכך שהיא מכילה מככונות טירוינג שרק מקבלות את ה- שלהן ולא מכסה את המקרה בו המ"ט תיכנס ללולאה אינסופית. ישנן מכונות טייורינג שייכנסו ללולאה אינסופית על ה- שלהן ולא יהיו חלק מ- *.*

סעיף ב

נבנה מ"ט שבהינתן קידוד של מ"ט מ-ACCEPT – רצה, עוצרת, ופולטת קידוד כך שיתקיים:

ומתקיים:

נגדיר:

:

1. הרץ את M על w:
   1. אם קיבלה – דחה.
   2. אם דחתה או נכנסה ללולאה – קבל.

נוכיח את הנכונות של הבנייה:

* אם , אז מקבלת את מריצה את ודוחה תמיד, כלומר . ומשום ששפת המ"ט היא השפה הריקה בפרט היא תדחה כל מילה ולכן היא תהיה חלק מ-:

.

* אם , אז לא מקבלת את מריצה את ומקבלת תמיד, כלומר . ומשום ששפת המ"ט היא השפה של כל המילים, היא תקבל כל מילה ולכן לא תהיה חלק מ-:

.

סעיף ג

נבנה מ"ט שבהינתן קידוד של מ"ט מ-REJECT – רצה, עוצרת, ופולטת קידוד כך שיתקיים:

ומתקיים:

נגדיר:

:

1. הרץ את M על w:
   1. אם קיבלה – דחה.
   2. אם דחתה – קבל.

נוכיח את הנכונות של הבנייה:

* אם , אז דוחה את מריצה את ומקבלת תמיד, כלומר . ומשום ששפת המ"ט היא השפה של כל המילים בפרט היא תקבל כל מילה ולכן היא תהיה חלק מ-:

.

* אם , אז מקבלת את (או נכנסת ללולאה) מריצה את ודוחה תמיד, כלומר . ומשום ששפת המ"ט היא השפה הריקה, היא תדחה כל מילה ולכן לא תהיה חלק מ- עבור כל מילה:

.

שאלה 4

הוכח שהשפה אינה כריעה אך ניתנת לקבלה.

נוכיח את הטענה באמצעות רדוקציה מ-ACCEPT, כך ש: .

נבנה מ"ט שבהינתן קידוד של מ"ט מ-ACCEPT – רצה, עוצרת, ופולטת קידוד כך שיתקיים:

ומתקיים:

נגדיר:

:

Const a = <M>, b = w

1. הרץ את M על w והחזר מה שהיא מחזירה.

נוכיח את הנכונות של הבנייה:

* אם , אז מקבלת את מריצה את ומחזירה את מה ש-M מחזירה, כלומר מקבלת כל x. וזה אומר ששפת מכילה אינסוף מילים כי . לכן מתקיים:

.

* אם , אז לא מקבלת את מריצה את ומחזירה את מה ש-M מחזירה, כלומר דוחה כל x. וזה אומר ששפת מכילה 0 מילים כי ולכן מתקיים: כי מ"ט ששפתם ריקה אינם נכללים ב-L.

הראינו רדוקציה נכונה מ-ACCEPT וזה אומר ש-L ניתנת לקבלה, כעת נוכיח שהיא לא כריעה באמצעות משפט רייס.

שאלה 5

הוכח שהשפות הבאות אינן ניתנות לקבלה.

סעיף א

*נוכיח את הטענה באמצעות רדוקציה מ-.*

נבנה מ"ט שבהינתן קידוד של מ"ט מ- – רצה, עוצרת, ופולטת קידוד כך שיתקיים:

ומתקיים:

נגדיר:

:

Const a = <M>, b = w

1. החזר את התוצאה ההפוכה של ההרצה של M על w. (אם M מקבלת את w – דחה, ולהיפך).

נוכיח את הנכונות של הבנייה:

* אם , אז לא מקבלת את מריצה את ודוחה תמיד. לכן לא תקבל אף מילה שמתחילה ב-x. ובכזה מצב מתקיים: כי השפה של 'M ריקה.
* אם , אז מקבלת את מקבלת את כל המילים תמיד אז מתקיים . לכן מתקיים: כי 'M תקבל גם מילים שמתחילות ב-x (מילים כאלה נמצאות ב-.).

סעיף ב

נמצא רדוקציה ל- מ-.

נבנה מ"ט שבהינתן קידוד של מ"ט מ- – רצה, עוצרת, ופולטת קידוד כך שיתקיים:

ומתקיים:

נגדיר:

– מריצה את על ונוהגת כמוה.

– מכונת טיורינג שמקבלת כל מילה.

נוכיח שהרדוקציה עובדת.

* אם , אז לא מקבלת את דוחה כל קלט שהיא תקבל אז היא שפתה היא השפה הריקה וגודלה הוא 0, שהוא גודל קבוע, לעומת השפה של שהיא כל המילים האפשריות שהוא גודל לא קבוע, לכן מתקיים גם .
* אם , אז מקבלת את מקבלת כל קלט שהיא תקבל אז היא שפתה היא השפה של כל המילים וגודלה הוא אינסופי ולא קבוע, השפה של היא בכל אופן שפת כל המילים האפשריות שהוא גודל לא קבוע, לכן מתקיים גם .

שאלה 6

סעיף א

סעיף ב

סעיף ג